

پیشگفتار

نسخه سوم کتاب مبانی اولیه ریاضیات مالی محتوای نسخه‌های قبلی را تا حد زیادی گسترش داده است. فصل جدیدی تحت عنوان «بسط فرمول بلک شولز» در مورد قیمت گذاری اختیارات اضافه شده است. در این فصل تأثیرات مربوط به پرداخت سود سهام تقسیمی گسسته و پیوسته بر روی قیمت گذاری اختیارات و پوشش ریسک‌ها بررسی می‌شود. همچنین برای تکمیل کردن و دادن دید جامع به خواننده، به بقیه فصول مطالب جدیدی اضافه شده است. مطالب فوق می‌توانند به تنهایی به عنوان یک معرفی به ریاضیات در سراسر کتاب استفاده شوند. فصل مربوط به آربیتراژ و برنامه‌ریزی خطی به میزان زیادی بهبود یافته است، به طوری که می‌توان آن را به عنوان یک معرفی کامل به برنامه‌ریزی خطی و نظریه آربیتراژ در نظر گرفت. در فصل مربوط به حرکت براونی و فرایندهای تصادفی، مطالب مقدماتی بیشتری در مورد معادلات دیفرانسیل تصادفی نسبت به چاپ‌های قبلی آورده شده است. فصل فوق به عنوان یک بررسی پیشرفته از حساب دیفرانسیل و انتگرال تصادفی برای افرادی که مشغول دوره کارشناسی در موضوع فوق هستند، در نظر گرفته می‌شود. تعداد تمرین‌های آخر فصل نیز به منظور استفاده بیشتر در کلاس‌های درسی افزایش یافته است. نمادهای کتاب نیز به منظور مطابقت با سایر منابع و فهم بهتر برای خوانندگان به شکل ساده‌تری انتخاب شده است.

آنچه موجب امیدواری نویسنده می‌شود این است که متن فوق، یک معرفی دقیق در مورد مباحث ریاضیاتی اختیارات و مشتقات است. پیش‌نیاز ریاضی مورد نیاز (حساب دیفرانسیل چندمتغیره)، همان موارد چاپ اول است. در نسخه جدید برخی از همکارانم در دانشگاه میلرزویل، به اینجانب کمک کرده‌اند. آن‌ها به دلیل برطرف کردن اشتباه‌ها، نکات گرامری و سایر نواقص چاپ سوم شایسته تقدیر و تشکرند. همکاران من خانم مونیکا بیوکنن، دکتر آنتونیا کاردول، دکتر ژیمینا کاتیپیلان، دکتر جیمز فینیک، دکتر نوئل هایتمن، دکتر بروس

ایکناگا، دکتر کوین روینسون، دکتر دلری شولتز، دکتر ژو چو، دکتر جانت وایت و دکتر مایکل ویسمر هستند.

از تعامل با خوانندگان کتاب و دانشجویان، هم نویسنده و هم کتاب منفعت خواهند برد. اگر مخاطبی قصد دارد تصحیح یا پیشنهادی را با من در میان بگذارد یا اینکه آخرین لیست غلط‌نامه را بررسی کند، لطفاً از طریق لینک <http://banach.millersville.edu/~bob/book> با ما ارتباط برقرار نماید.

جی. رابرت بیوکنن

وایومیسینگ، پنسیلوانیا، ایالات متحده آمریکا

۲۵ می ۲۰۱۲

پیشگفتار چاپ دوم

نسخه دوم کتاب مبانی اولیه ریاضیات مالی محتوای نسخه اول را تا حد زیادی توسعه داده است. دارندگان نسخه اول در نسخه دوم به این نتیجه می‌رسند که تصحیحات و شفاف‌سازی‌های زیادی در محتویات نسخه اول صورت گرفته و همچنین مثال‌های بیشتر، تمرین‌ها و دو فصل جدید نیز به کتاب اضافه شده‌اند. هم‌زمان با مطالعه دقیق نسخه، تعداد زیادی اشتباه و جملات نامفهوم تصحیح گردید. خوشبختانه برخی از خوانندگان نسخه اول کتاب، زمانی را به جمع‌آوری و ارسال فهرستی از اشتباه‌ها و پیشنهادها اختصاص دادند. کیفیت بهتر نسخه دوم حاصل مجموعه‌ای از تصحیحات و اظهار نظرهای خوانندگان است. دو فردی که در زمینه پیشنهادها و تصحیحات کمک زیادی انجام دادند، پروفیسور ام.ام. چاولا و پروفیسور جوزف دیک بودند.

همچنین دو فصل جدید در نسخه کنونی به ده فصل نسخه قبلی اضافه شده است. اولین فصل جدید، در مورد «آتی‌ها و سلف‌ها» است و فصل ششم نسخه جدید را تشکیل می‌دهد. این موضوع به خواننده این امکان را می‌دهد تا در مورد حرکت براونی، فرایندهای تصادفی و آریتراز، اطلاعاتی به‌دست آورد. پیش‌تر موضوعات فوق به همراه یکدیگر، در فصل «اختیارات و حل معادله بلک‌شولز» آورده شده بود. کاربرد موضوعات مذکور این است که به خواننده کمک می‌کند بر مطالب کتاب تسلط بیشتری یابد و با استفاده از ابزارهای فوق احساس بهتری داشته باشد. فصل ششم همچنین بحث «حساب ودیعه» برای آتی‌ها را در بر می‌گیرد. موضوع فوق به‌عنوان یک پیش‌بررسی از فرایند پوشش ریسک برای سبد اوراق بهادار و اختیارات است که در فصل بعدی مطرح می‌شود و اما موضوع دوم اضافه‌شده، در مورد «اختیارات امریکایی» است. در چاپ اول کتاب، اختیارات امریکایی به صورت مختصر توصیف شدند که به خواننده دید وسیعی از ابزارهای مالی در دنیای سرمایه‌گذاری و مدیریت ریسک می‌دهند. در چاپ دوم، ویژگی‌های اختیارات امریکایی به صورت کامل بررسی شده و درباره یک الگوریتم ابتدایی به‌منظور قیمت‌گذاری یک نوع اختیار امریکایی توضیحاتی ارائه شده‌اند. محتویات فوق، فصل

دوازدهم چاپ دوم کتاب را تشکیل می‌دهد. فصول شش تا ده از چاپ اول کتاب در حال حاضر به فصول هفت تا یازده در چاپ دوم کتاب تبدیل شده‌اند.

فصولی که در چاپ دوم نسبت به چاپ اول تغییر کرده‌اند نباید موجب ناامیدی خواننده شوند؛ زیرا در حال حاضر تصحیح شده، گسترش یافته و اصلاح شده‌اند. تعدادی مثال جدید، تمرین و نمودار با کیفیت بهتر در فصول فوق، گنجانده شده‌اند.

به دلیل ویژگی‌های چاپ اول، بنده یک دوره برای دانشجویان دوره کارشناسی با استفاده از چاپ اول به عنوان یک کتاب درسی تدریس کرده‌ام. من از نکات دانشجویان در کلاس درس و دانشجویان دیگر مؤسسه‌ها که به من ایمیل زده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم. دانشجو کاترین آلبرایت از ترم پاییز ۲۰۰۷، چاپ اول کتاب را با چشم‌های دقیق خود خواند و خطاهای تاپی متعددی به من داد.

آنچه موجب امیدواری نویسنده می‌شود این است که متن فوق، یک معرفی دقیق در مورد مباحث ریاضیاتی اختیارات و مشتقات است. پیش‌نیاز ریاضیاتی مورد نیاز (حساب دیفرانسیل چندمتغیره)، همان موارد چاپ اول است. اگر مخاطبی قصد دارد تصحیح یا پیشنهادی را با من در میان بگذارد یا اینکه آخرین لیست غلط‌نامه را بررسی کند، لطفاً از طریق لینک <http://banach.millersville.edu/~bob/book> با ما ارتباط برقرار نماید.

جی. رابرت بیوکنن

وایومیسینگ، پنسیلوانیا، ایالات متحده آمریکا

۱۲ آگوست ۲۰۰۸

پیشگفتار چاپ اول

این کتاب برای مخاطبانی در نظر گرفته شده است که از اطلاعات لازم در مورد حساب دیفرانسیل و حساب دیفرانسیل چندمتغیره مقدماتی برخوردار باشند. همچنین این کتاب بر این مبنا نوشته شده است که خواننده هیچ پیش‌زمینه‌ای در مورد احتمال یا آمار ندارد. یکی از اهداف نوشتن کتاب حاضر این بود که یک معرفی مستقل، منطقی و قابل فهم از ریاضیات مالی برای افرادی فراهم کند که می‌خواهند برخی از مفاهیم قیمت‌گذاری اختیارات و پوشش ریسک را یاد بگیرند. هدف من برای نوشتن چنین کتابی، این بود که یک کتاب در دسترس برای رشته‌های ریاضی در موضوع ریاضیات مالی تألیف شود. من این دوره درسی را سه مرتبه آموزش داده‌ام و این کتاب از یادگیری من در این زمینه و سخنرانی‌ها و ارائه‌های من به وجود آمده است. این موضوع که عناوین جدیدی به صورت مستمر در ریاضیات مالی ظاهر می‌شوند، من را بر آن داشت تا این کتاب را تألیف کرده حوزه‌های جدیدی برای کار و پژوهش در این زمینه ایجاد کنم. نظر به اینکه تألیف این کتاب، نیازمند بررسی مطالعات متعددی بود، مایلم مراتب تشکر خود را از نویسندگان پیشین این حوزه ابراز نمایم.

این کتاب از ده فصل تشکیل شده که بهتر است به ترتیب مطالعه شوند، اگرچه خواننده‌ای که ذهن آماده‌ای در مورد مطالب پیش‌زمینه این حوزه دارد می‌تواند بدون مواجهه با هیچ مشکلی، از فصول ابتدایی کتاب گذر کند و به مطالعه فصول بعدی پردازد. فصل اول این کتاب در مورد نرخ بهره و نقش آن در اقتصاد مالی است. هر دو نوع نرخ بهره مرکب پیوسته و گسسته در اینجا ارائه شده است. به دلیل اینکه حتی اگر خوانندگان مطالعه زیادی در زمینه ریاضیات داشته باشند باز هم ممکن است در ارتباط با مفاهیم نرخ بهره با مشکلاتی مواجه باشند، این کتاب با قضیه نرخ بهره شروع می‌شود.

فصول دوم و سوم یک معرفی اولیه از مفاهیم احتمال و آمارند. شایان ذکر است که این مفاهیم در سراسر این کتاب استفاده خواهند شد. فصل دوم متغیرهای تصادفی گسسته را معرفی می‌کند و بر استفاده از متغیر تصادفی دوجمله‌ای تأکید دارد. فصل سوم به معرفی متغیر تصادفی پیوسته می‌پردازد و بر تشابهات و تفاوت‌های میان متغیرهای تصادفی پیوسته و گسسته تأکید

می‌کند. همچنین متغیر تصادفی نرمال و متغیر تصادفی لگ نرمال در این فصل ارائه خواهند شد. در فصل چهارم مفهوم آربیتراژ معرفی شده است. برای خوانندگانی که با موضوعات حساب دیفرانسیل، احتمال و آمار آشنایی دارند، آربیتراژ ممکن است یک موضوع ناشناخته باشد. این فرض که محاسبات مالی در یک چارچوب «بدون آربیتراژ» انجام می‌شوند، در ادامه کتاب نیز برقرار است. نبود فرصت‌های آربیتراژ در معاملات مالی، این اطمینان را به سرمایه‌گذار می‌دهد که کسب سود بدون ریسک امکان‌پذیر نیست. این فصل همچنین مباحثی از قبیل جبر خطی و موضوعاتی مرتبط با تحقیق در عملیات همانند قضیه دوگانگی برنامه‌ریزی خطی را دربرمی‌گیرد.

فصل پنجم برای خواننده مفهوم گام تصادفی و حرکت براونی را معرفی می‌کند. گام تصادفی، مبنای مدل ریاضیاتی ارزش اوراق بهادار مانند سهام و سایر ابزارهای مالی است که ارزش خود را از اوراق بهادار دیگر به‌دست می‌آورد. به دلیل پیچیدگی‌ها و ظرافت‌های فرایندهای تصادفی، انتخاب محتوا و روش به‌منظور معرفی فصل فوق دشوار است. در این فصل تلاش شده است که فرایندهای تصادفی در یک روش شهودی و با مرتبط کردن مدل‌های تصادفی مقدماتی برخی از فرایندها به مدل‌های تصادفی قطعی منطبق بر آن‌ها ارائه گردد. در این فصل لم ایتو بیان شده و یک اثبات ابتدایی براساس فرم چندمتغیره قضیه تیلور برای لم فوق ارائه شده است. خوانندگان علاقه‌مند به محتویات فصل پنجم باید برای مشاهده مباحث پیچیده‌تر و جزئی‌تر در زمینه کتاب‌های دیفرانسیل تصادفی به قسمت کتاب‌شناسی مراجعه کنند.

فصل ششم، موضوع اختیارات را معرفی می‌کند. هر دو نوع اختیار اروپایی و امریکایی در این فصل، مورد بحث قرار گرفته‌اند ولی تأکید اصلی بر اختیار اروپایی است. ویژگی‌های اختیارات از جمله فرمول برابری خرید/فروش در این فصل ارائه شده است. در این فصل معادله دیفرانسیلی با مشتقات جزئی و شرایط مرزی برای قیمت خرید و فروش اختیار اروپایی استخراج شده است. به‌منظور اجرای محاسبات فوق مفاهیم ابتدایی آربیتراژ، فرایندهای تصادفی و فرمول برابری خرید/فروش استفاده شده‌اند.

فصل هفتم راه‌حلی به‌منظور محاسبه معادله دیفرانسیلی با مشتقات جزئی بلک-شولز ارائه می‌دهد. برای به‌دست آوردن معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی، چند راه‌حل متداول وجود دارد و دانشجویان از منافع هر کدام از این روش‌ها بهره‌مند می‌شوند. راه‌حلی که در این فصل به‌منظور حل معادله دیفرانسیلی با مشتقات جزئی ارائه شده است، از تبدیل فوریه استفاده

می‌کند. بنابراین این فصل با معرفی مختصری از تبدیل فوریه و تبدیل معکوس فوریه و ویژگی‌های آن‌ها آغاز می‌گردد. اکثر واحدهای درسی مربوط به حساب دیفرانسیل، دست کم شامل یک مبحث دربارهٔ تبدیلات فوریه هستند. بنابراین دانشجویان باید یک پیش‌نیاز ریاضیاتی برای مباحث فوق در ذهن خود داشته باشند. همچنین در این فصل مخاطبان با مفهوم تبدیل فوریه آشنا می‌شوند که این شامل دانشجویانی که ممکن است در آینده دورهٔ معادلات دیفرانسیلی با مشتقات جزئی را سپری کنند نیز، می‌شود. پس از تکمیل استخراج فرمول قیمت‌گذاری اختیارات بلک‌شولز، مخاطبان باید به مقایسهٔ روش‌های دیگری بپردازند که برای این استخراج از آن‌ها استفاده می‌شود.

فصل هشتم برخی از مشتق‌گیری‌های جزئی فرمول قیمت‌گذاری اختیار بلک‌شولز را معرفی می‌کند. این مشتقات جزئی به خواننده کمک می‌کنند تا حساسیت و تغییر در قیمت اختیارات نسبت به تغییر ارزش ورقهٔ بهادار پایه، نرخ بهرهٔ بدون ریسک و نوسانات ارزش ورقهٔ بهادار پایه را درک کند. مجموعهٔ مشتقات جزئی این فصل تحت عنوان «یونانی‌ها» شناخته می‌شود. در فصل نهم یونانی‌ها بر روی پوشش ریسک سبد نیز استفاده خواهند شد. استراتژی پوشش ریسک، ارزش سبد را در برابر تغییر در ارزش ورقهٔ بهادار پایه، نرخ بهرهٔ بدون ریسک و نوسانات ارزش ورقهٔ بهادار پایه محافظت می‌کند. استراتژی پوشش ریسک به صورت ریاضی، فرمول قیمت‌گذاری اختیارات بلک‌شولز را ساده‌تر می‌کند که این کار موجب حساسیت کمتر نسبت به متغیرهای اثرگذار بر آن می‌شود. در فصل نهم چند مثال از استراتژی‌های پوشش ریسک ارائه شده است.

فصل دهم ایدهٔ ارائه‌شده در فصل نهم را به منظور مدل‌سازی تأثیرات مربوط به حرکات وابسته در مقادیر سرمایه‌گذاری گسترش می‌دهد. این فصل دربارهٔ چند روش به‌منظور ارائه سبد بهینهٔ سرمایه‌گذاری بحث می‌کند. برخی از مدل‌های کلاسیک انتخاب سبد از جمله مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (سی‌ای‌پی‌ام) و حداقل کردن واریانس سبد در این فصل ارائه خواهند شد.

آنچه موجب خوشحالی نویسنده خواهد شد این است که دانشجویان، این کتاب را به‌عنوان یک منبع مفید برای ریاضیات مالی در نظر بگیرند و مطالعات بعدی در این زمینه را هدف قرار دهند. نوشتن این کتاب بسیار سخت بود، اما کار فکری بسیار جالبی بود.

در طول تابستان ۲۰۰۵، یک نسخهٔ اولیه از کتاب به‌وسیلهٔ نویسنده به‌منظور درس دادن واحد ریاضیات مالی مورد استفاده قرار گرفت. او برای پیدا کردن اشتباه‌های تاپی بسیار زیاد

در نسخه اولیه به دانشجویان مدیون است. در این خصوص، از جیل باکستات، جیسون باک، مارک الیکر، کلی فلاین، جنیفر گومولکا، نیکول هاندلی، آلیسیا کاسیف، استفان کلوس، پاتریک مک دویت، جسیکا پاکستون، کریستوفر راجور، تیمتی رفی، پاملا ونتز، جاشوئا وایز و مایکل زرنسیس تشکر می کند.

لیستی از اشتباه‌ها و دیگر اطلاعات مرتبط با کتاب در وبسایت من به آدرس <http://banach.millersville.edu/~bob/book> یافت می شود. لطفاً پیشنهادها و انتقادهای خود را با من در میان بگذارید.

جی. رابرت بیوکنن

لنگستر، پنسیلوانیا، ایالات متحده آمریکا

۳۱ اکتبر ۲۰۰۵

تقدیم به همسر مهربانم که با صبرش در تمام لحظات رفیق راهم بود و بپرم رایان که وجودش شادی بخش و صفایش مایه آرامش من است.

پیشگفتار مترجم

بازارهای مالی با نقشی که در جمع آوری منابع راکد و تخصیص آنها به بنگاه‌های نیازمند ایفا می‌کنند و نیز نقشی که در تأمین مالی پروژه‌های بزرگ و کوچک اقتصادی دارند، می‌توانند منشأ بسیاری از تحولات اقتصادی در هر جامعه‌ای شوند. با گذشت زمان بر دامنه فعالیت این بازارها و نقشی که در اقتصاد کشورها ایفا می‌کنند، افزوده می‌شود. تجربه برخی از کشورهای دنیا نشان می‌دهد که وجود بازارهای مالی قدرتمند می‌تواند منشأ پیشرفت‌های زیادی در اقتصاد شود. گسترش روزافزون بازارهای مالی و ابداع ابزارهای مالی متنوع، شرایط تصمیم‌گیری برای بازیگران این عرصه را پیچیده‌تر و دشوارتر ساخته نیاز به ابزارهای تحلیلی قوی‌تر و کم‌خطاتر در این بازارها را برجسته‌تر ساخته‌اند. بنابراین بررسی بازارهای مالی نیازمند این است که ابزارهای مالی قوی به منظور تحلیل آنها در نظر گرفته شود. یکی از ابزارهای تحلیلی استفاده از علم ریاضیات است که در ترکیب با اقتصاد مالی تحت عنوان «ریاضیات مالی» شناخته می‌شود.

ریاضیات مالی شاخه‌ای از ریاضیات کاربردی و مرتبط با بازارهای مالی است که در آن مدل‌های ریاضی مرتبط با اقتصاد مالی توسعه داده می‌شوند. حاصل این تحقیقات در تصمیم‌گیری دولت‌ها و بازیگران بازار منعکس می‌شود.

با توجه به اینکه در بین کتاب‌های فارسی در زمینه ریاضیات مالی تاکنون کتابی تألیف و ترجمه نشده است، لذا تدوین کتاب‌های مرتبط در این زمینه نیاز جامعه دانشگاهی است. کتاب فوق به عنوان یکی از اولین گام‌ها در زمینه ریاضیات مالی است و در عین سادگی تمام مفاهیم مرتبط و اساسی ریاضیات مالی را در بر می‌گیرد.

کتاب مبانی اولیه ریاضیات مالی به گونه‌ای طراحی شده است که سیر آموزشی منطقی‌ای از مفاهیم اقتصادی، مالی و ریاضی ارائه می‌نماید. در فصول اولیه کتاب برخی از

مفاهیم بنیادی ریاضیات مالی مانند نظریه نرخ بهره، احتمال گسسته و متغیرهای تصادفی و نرمال بیان می‌شوند. در فصول بعدی مهم‌ترین موضوعات اقتصاد مالی مانند نظریه آربیتراژ و گام تصادفی، حرکت براونی، قرارداد سلف، آتی‌ها و اختیارات بیان می‌شوند. در ادامه یکی از مهم‌ترین معادلات ریاضیات مالی یعنی معادله بلک-شولز ارائه و کاربردهای آن بررسی می‌شود. فصول انتهایی کتاب نیز به پوشش ریسک، بهینه‌سازی سبدها و اختیار معامله امریکایی اختصاص دارد.

این کتاب برای تدریس ریاضیات مالی برای دانشجویان مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد ریاضی و آمار و دانشجویان سال آخر کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری رشته‌های اقتصاد، مدیریت مالی، مهندسی مالی و سایر رشته‌های مرتبط با حوزه مالی، شروع مناسبی است. امید است انتشار این کتاب به‌عنوان یک منبع درسی مورد استفاده دانشجویان قرار گیرد و در عین حال مورد قبول اساتید واقع شود و گامی هرچند کوچک در راستای اعتلای دانش اقتصادی و ریاضیاتی در کشور باشد. در انتها بر خود لازم می‌دانم از تلاش‌ها و نظرات ارزشمند همکاران محترم سرکار خانم لشکری‌نژاد و سرکار خانم بشخور که در فرایند تطبیق ترجمه با متن اصلی و بازخوانی کتاب به اینجانب کمک نموده‌اند، تشکر و قدردانی نمایم. از تمام خوانندگان محترم خواهشمندم نظرات، انتقادات و پیشنهادهای خود را از طریق ایمیل h.amiri@khu.ac.ir با اینجانب در میان بگذارند.

حسین امیری